

## 一線地絡時の故障計算（対称座標法）

今回は、対称座標法変換(0-1-2変換)を用いた一線地絡故障計算について解説する。

### 一線地絡故障時の回路

a相が一線地絡した場合の回路（地絡抵抗ありの場合）を図1に示す。

同図より、故障点端子Fからa相端子が地絡抵抗 $R$ （主にアーク抵抗や樹木などへの接触抵抗）を介して大地に接続され、b相およびc相は開放状態になっている。

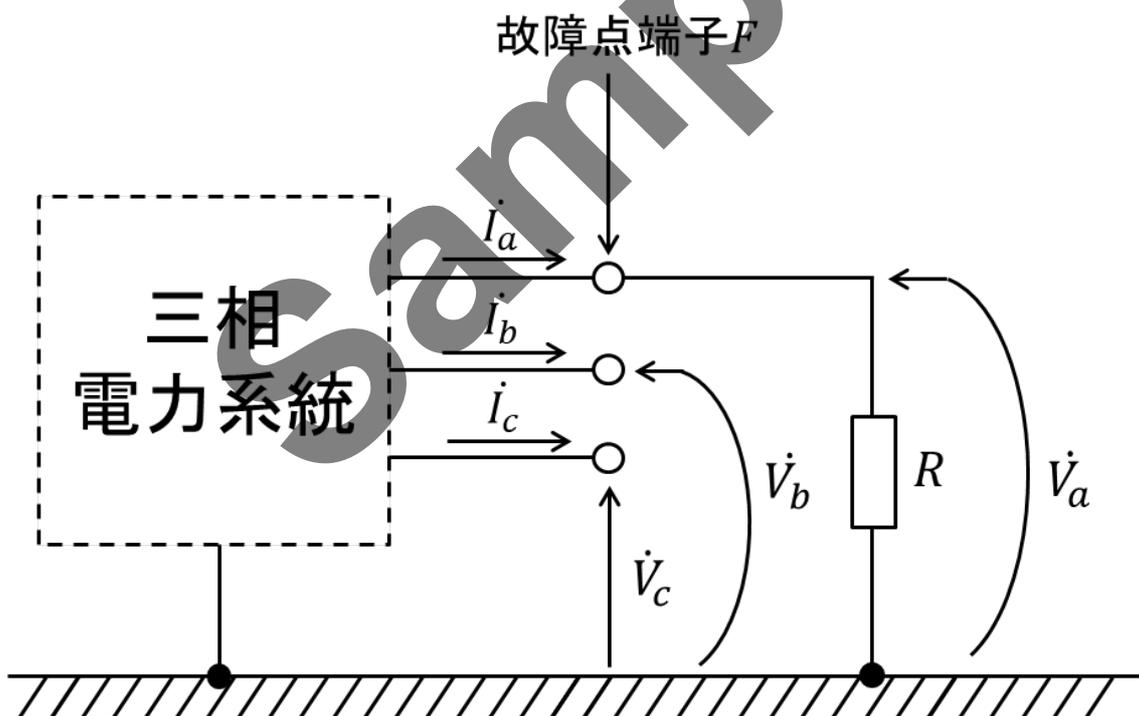


図1 一線地絡故障時回路（地絡抵抗あり）

## 一線地絡時の故障計算

### 故障時の初期条件

図1の回路より、a相一線地絡時の電圧・電流の初期条件を考える。  
a相端子は抵抗 $R$ を介して大地に接続されているので、

$$\dot{V}_a = R\dot{I}_a \cdots (1)$$

また、b相およびc相端子は開放状態であるから、

$$\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0 \cdots (2)$$

### 電圧・電流の0-1-2変換

F点各端子のa-b-c領域における電圧・電流について、0-1-2変換を行うと、

$$\dot{V}_a = \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \cdots (3)$$

$$\dot{V}_b = \dot{V}_0 + a^2\dot{V}_1 + a\dot{V}_2 \cdots (4)$$

$$\dot{V}_c = \dot{V}_0 + a\dot{V}_1 + a^2\dot{V}_2 \cdots (5)$$

$$\dot{I}_a = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \cdots (6)$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_0 + a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 \cdots (7)$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_0 + a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2 \cdots (8)$$

このうち、(3)式に(1)式を代入して、

$$\dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = R\dot{I}_a \cdots (9)$$

また、(7)および(8)式に(2)式を代入して、

$$\dot{I}_0 + a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2 = 0 \cdots (10)$$

$$\dot{I}_0 + a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2 = 0 \cdots (11)$$

(10) - (11)式より、

$$(a^2 - a)\dot{I}_1 + (a - a^2)\dot{I}_2 = 0$$

$$(a^2 - a)\dot{I}_1 = (a^2 - a)\dot{I}_2$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \dot{I}_2$$

この結果を(10)式に代入して、ベクトルオペレータの性質 $a^2 + a = -1$ も用いると、

$$\dot{I}_0 + (a^2 + a)\dot{I}_1 = 0$$

$$\dot{I}_0 - \dot{I}_1 = 0$$

$$\therefore \dot{I}_0 = \dot{I}_1$$

以上の結果より、

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cdots (12)$$

(9)式および(12)式がa相一線地絡故障時の0-1-2領域における条件式である。

### 一線地絡電流の計算

三相電力システムの故障前のa相電源電圧を $\dot{E}_a$ 、系統の零相・正相・逆相インピーダンスをそれぞれ $\dot{Z}_0$ 、 $\dot{Z}_1$ 、 $\dot{Z}_2$ とすると、「発電機の基本式」より、

$$-\dot{V}_0 = \dot{Z}_0 \dot{I}_0 \cdots (13)$$

$$\dot{E}_a - \dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \dot{I}_1 \cdots (14)$$

$$-\dot{V}_2 = \dot{Z}_2 \dot{I}_2 \cdots (15)$$

(13)～(15)式を足し合わせ、(9)および(12)式を代入すると、

$$\dot{E}_a - (\dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2) = \dot{Z}_0 \dot{I}_0 + \dot{Z}_1 \dot{I}_1 + \dot{Z}_2 \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_a - 3R\dot{I}_0 = (\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)\dot{I}_0$$

$$\therefore \dot{I}_0 = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cdots (16)$$

したがって、一線地絡時の故障電流 $\dot{I}_a$ は、

$$\dot{I}_a = 3\dot{I}_0 = 3\frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \cdots (17)$$

### 一線地絡故障時の0-1-2回路

(9)および(12)式から導かれる一線地絡故障時の0-1-2成分回路を図2に示す。同図より、一線地絡故障時は各成分の回路が直列接続される形で表されることがわかる。

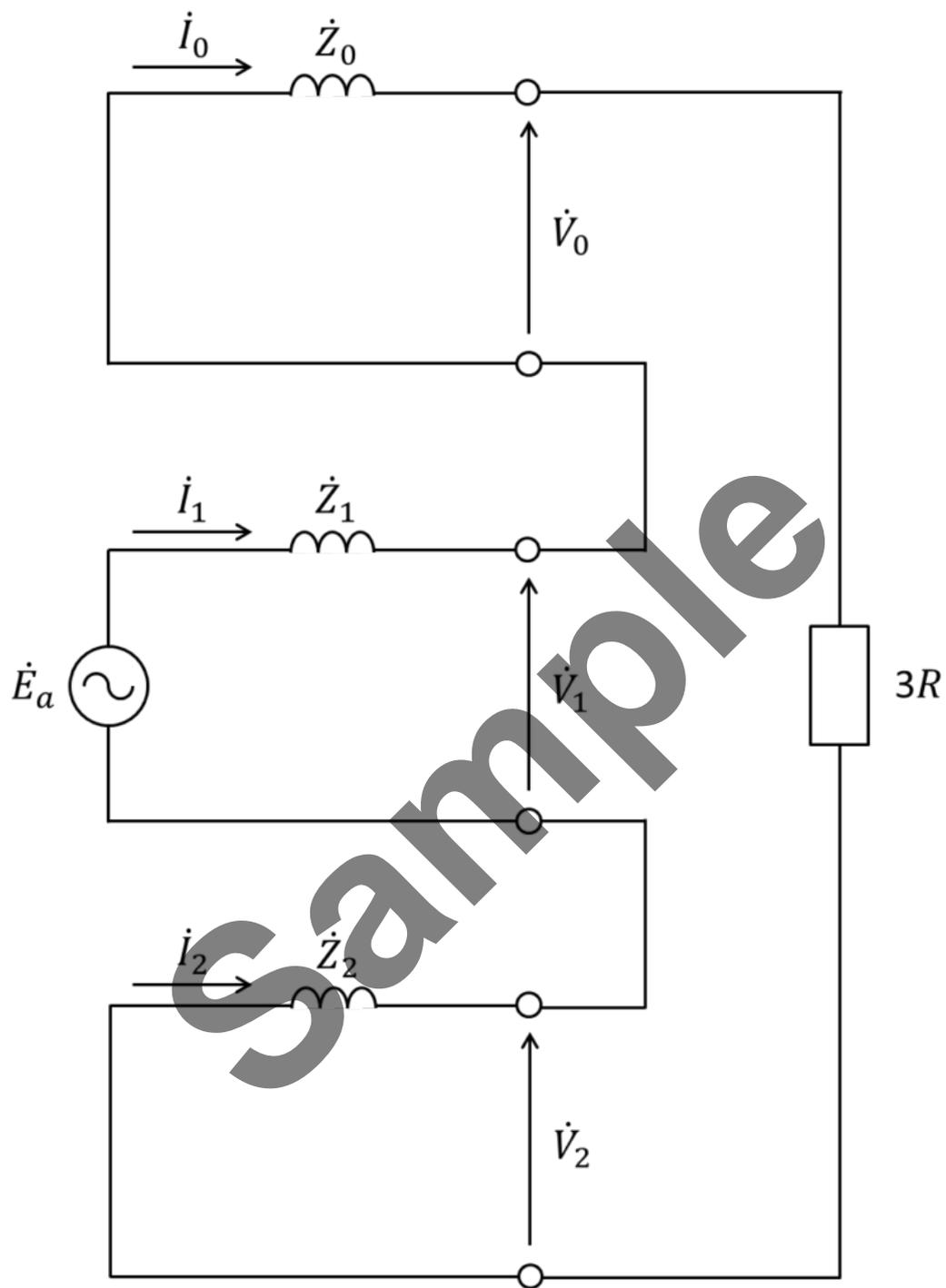


図2 一線地絡故障時の0-1-2回路（地絡抵抗あり）

## 故障発生時の相電圧

一線地絡故障発生時のb, c相電圧を求める。(13)~(16)式より、0-1-2各成分の電圧は、

$$\dot{V}_0 = -\dot{Z}_0 \dot{I}_0 = -\frac{\dot{Z}_0 \dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \dots (18)$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_a - \dot{Z}_1 \dot{I}_1 = \frac{(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2 + 3R) \dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \dots (19)$$

$$\dot{V}_2 = -\dot{Z}_2 \dot{I}_2 = -\frac{\dot{Z}_2 \dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \dots (20)$$

(18)~(20)式より、a-b-c各相の電圧は（行列計算で一気に求めると）、

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{V}_0 \\ \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \cdot \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \begin{pmatrix} -\dot{Z}_0 \\ \dot{Z}_0 + \dot{Z}_2 + 3R \\ -\dot{Z}_2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \begin{pmatrix} 3R \\ (a^2 - 1)\dot{Z}_0 + (a^2 - a)\dot{Z}_2 + 3a^2R \\ (a - 1)\dot{Z}_0 + (a - a^2)\dot{Z}_2 + 3aR \end{pmatrix} \dots (21) \end{aligned}$$

各相ごとの式で示すと、

$$\dot{V}_a = \frac{3R}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \dot{E}_a = R \dot{I}_a \dots (22)$$

$$\dot{V}_b = \frac{(a^2 - 1)\dot{Z}_0 + (a^2 - a)\dot{Z}_2 + 3a^2R}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \dot{E}_a \dots (23)$$

$$\dot{V}_c = \frac{(a - 1)\dot{Z}_0 + (a - a^2)\dot{Z}_2 + 3aR}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + 3R} \dot{E}_a \dots (24)$$

## 地絡抵抗を考慮しない場合

図3のように、地絡抵抗を考慮しない回路の場合は、これまでの計算において $R = 0$ とすればよい。

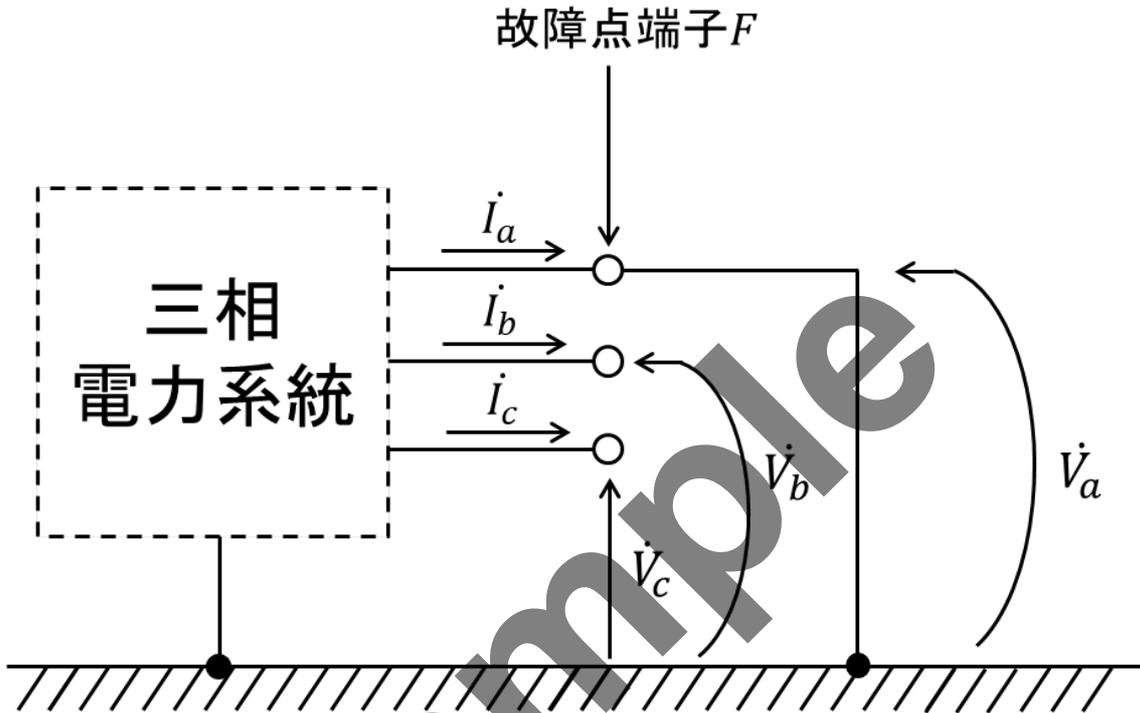


図3 一線地絡故障時回路（地絡抵抗なし）

0-1-2電流および一線地絡電流は、(16)および(17)式において $R = 0$ として、

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dots (25)$$

$$\dot{I}_a = 3\dot{I}_0 = \frac{3\dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dots (26)$$

同様に、各成分の電圧は、(18)～(20), (22)～(24)式において $R = 0$ として、

$$\dot{V}_0 = -\frac{\dot{Z}_0 \dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dots (27)$$

$$\dot{V}_1 = \frac{(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2) \dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dots (28)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\dot{Z}_2 \dot{E}_a}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dots (29)$$

$$\dot{V}_a = 0 \dots (30)$$

$$\dot{V}_b = \frac{(a^2 - 1)\dot{Z}_0 + (a^2 - a)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dot{E}_a \dots (31)$$

$$\dot{V}_c = \frac{(a - 1)\dot{Z}_0 + (a - a^2)\dot{Z}_2}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \dot{E}_a \dots (32)$$

Sample

#### 参考文献

- 長谷良秀『電力技術の実用理論第3版 発電・送変電の基礎理論からパワーエレクトロニクス応用まで』丸善出版, 2015
- 新田目倅造『電力系統技術計算の応用』電気書院, 1981